

# Ecuaciones Diferenciales I Examen XIX

FACULTAD  
DE  
CIENCIAS  
UNIVERSIDAD DE GRANADA



Los Del DGIIM, [losdeldgiim.github.io](https://losdeldgiim.github.io)

Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas  
Universidad de Granada



Esta obra está bajo una Licencia Creative Commons Atribución-NoComercial-SinDerivadas 4.0 Internacional (CC BY-NC-ND 4.0).

Eres libre de compartir y redistribuir el contenido de esta obra en cualquier medio o formato, siempre y cuando des el crédito adecuado a los autores originales y no persigas fines comerciales.

# Ecuaciones Diferenciales I Examen XIX

Los Del DGIIM, [losdeldgiim.github.io](https://github.com/losdeldgiim)

Arturo Olivares Martos

Granada, 2024-2025

**Asignatura** Ecuaciones Diferenciales I

**Curso Académico** 2017-18.

**Grupo** B.

**Profesor** Rafael Ortega Ríos.

**Descripción** Parcial C.

**Fecha** 29 de Mayo de 2018.

**Ejercicio 1.** Calcula la solución de

$$x'' - x = \operatorname{sen} t, \quad x(0) = 1, \quad x'(0) = 2$$

**Ejercicio 2.** Encuentra la matriz fundamental principal en  $t_0 = 0$  del sistema  $x' = Ax$  donde

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$$

**Ejercicio 3.** Calcula el determinante de la matriz  $e^A$  si:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

**Ejercicio 4.** Se considera la sucesión de funciones  $\{f_n\}_{n \geq 0}$  donde  $f_n : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  está definida por la recurrencia

$$f_0(t) = 0, \quad f_n(t) = 7 + \frac{1}{3}[f_{n-1}(t-1) \cos t + f_{n-1}(t+1) \operatorname{sen} t] \text{ si } n \geq 1$$

válida para todo  $t \in \mathbb{R}$ . Demuestra que esta sucesión converge uniformemente a una función  $f(t)$  continua en todo  $\mathbb{R}$ .

**Ejercicio 5.** Dadas dos matrices  $A, B \in \mathbb{R}^{N \times N}$  se define su conmutador como  $[A, B] = AB - BA$ . Dadas  $A, X_0 \in \mathbb{R}^{N \times N}$  se considera el problema

$$X_0 = [X, A], \quad X(0) = X_0$$

La incógnita  $X : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^{N \times N}$  es una función derivable con valores matriciales. Demuestra que este problema admite una única solución. Encuentra dicha solución en el caso de que las matrices  $A$  y  $X_0$  conmuten.